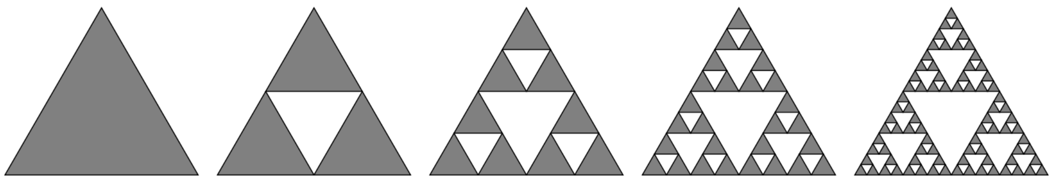
Konkurs kombinatoryczno-algorytmiczny KOALA
Zadanie treningowe 2014/2015

---

1. Trójkąty
Trójkąt Sierpińskiego to fraktal generowany etapami w następujący sposób:



Ile białych trójkątów będzie na szóstym etapie tworzenia fraktala?

(A) mniej niż 100 (B) 100–149 (C) 150–199

(D) 200-249 (E) więcej niż 249

2. Wehikuł czasu
Twój wehikuł czasu posiada tylko dwie instrukcje „skoków” w przyszłość:
A: o rok,
B: o sumę lat pokonanych wcześniej.

Na przykład, aby przenieść się w czasie o sześć lat, należy posłużyć się ciągiem instrukcji: $AAAB$ lub $ABAB$.

Ilu co najmniej „skoków” potrzebujesz, aby przenieść się w czasie o 762 lata?

(A) 12 (B) 16 (C) 20 (D) 21 (E) 22

3. Klejnoty
Poniższa mapa zawiera informację o liczbie klejnotów, które można znaleźć w poszczególnych kwadratowych obszarach terenu.

			8			
		3	1	2		
	3	6	3	2	6	
5	2	4	C	5	1	5
	3	4	2	2	5	
		1	2	5		
			4			

Wyobraź sobie, że znajdujesz się wewnątrz obszaru oznaczonego literą C i możesz poruszać się tylko w kierunku poziomym lub pionowym.

Jaką największą liczbę klejnotów możesz znaleźć, wykonując trzy ruchy?

(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

4. Sortowanie po trzy
Na stole leżą obok siebie karty. Każda z nich oznaczona jest literą. Twoje zadanie polega na posortowaniu kart w kolejności alfabetycznej ($A\ B\ C \ldots$). Pojedyńczy ruch polega na odwróceniu kolejności trzech kolejnych kart. Dla przykładu układ $B\ D\ C\ A$ w jednym ruchu możesz zastąpić układem $C\ D\ B\ A$ lub $B\ A\ C\ D$.

Który z poniższych zestawów kart można posortować w opisany sposób?

(A) $F\ B\ C\ D\ E\ A$ (B) $C\ F\ A\ B\ E\ G\ D$ (C) $C\ F\ A\ B\ G\ D\ E$

(D) $C\ F\ G\ A\ E\ D\ H\ B$ (E) $H\ B\ C\ F\ B\ D\ E\ G\ A$

5. Prostokąty

Kwadratowa siatka została podzielona na nie nakładające się na siebie nawzajem prostokąty. Informacja o polu prostokąta znajduje się w jednym z tworzących prosotkąt jednostkowych kwadatów. Twoje zadanie polega na odtworzeniu prostokątów na podstawie informacji o ich polach.

Oto przykład:

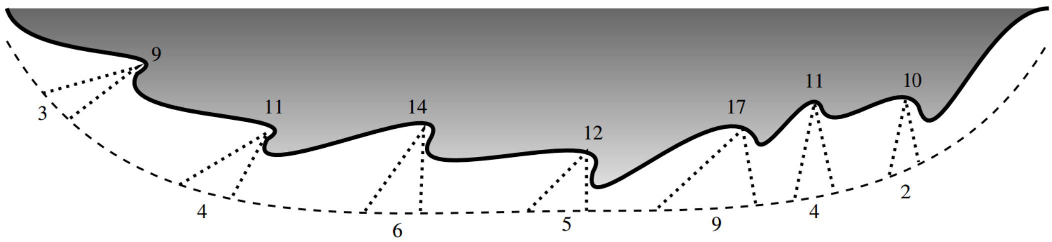
Jakie pole ma prostokąt zawierający jednostkowy kwadrat z X, przedstawiony na siatce na poniższym rysunku?

				6		
			8			
	4					
5	2	3		×	2	
		3				8
	4					
				4		

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

6. Punkty widokowe

Spacerujesz drogą w pobliżu wysokiego brzegu morza (klifu), przy którym usytuowanych jest siedem punktów widokowych.



Liczby zaznaczone na rysunku obok punktów widokowych to informacja o łącznej liczbie minut, które potrzebujesz, by dotrzeć do klifu i wrócić na drogę (scieżkami zaznaczonymi liniami wykropkowanymi). Liczby zaznaczone przy drodze informują o tym, ile czasu trwałby spacer wzdłuż fragmentów drogi (zaznaczonego linią przerywaną), jeśli ominiesz dany punkt widokowy.

Ile co najmniej minut będzie trwał spacer, jeśli chcesz zrobić zdjęcia w czterech punktach widokowych? Załóż, że spacer wzdłuż drogi trwałby 100 minut.

(A) 125 (B) 126 (C) 127 (D) 128 (E) 129

7-8. Teleturniej

Uczestnicy teleturnieju otrzymali zadanie, które polega na tym, aby w jak najmniejszej liczbie ruchów spowodować, że wszystkie cyfry pewnej liczby będą równe. Każdy z uczestników teleturnieju ma do dyspozycji tablet. Naciskając odpowiednio nad lub pod wybraną cyfrą może zwiększyć lub zmniejszyć ją o 1 (o ile jest to możliwe).
Oto przykład: Jeśli uczestnicy otrzymują liczbę 114, to rywalizację wygra ten, kto otrzyma liczbę 111, naciskając trzykrotnie poniżej cyfry jedności.

Określ najmniejszą możliwą liczbę ruchów potrzebną do ujednolicenia wszystkich cyfr dla każdej z poniższych liczb:

7. 2 3 9 3

8. 9 9 4 7 8

9. Ładny widok

W nowym projekcie urbanistycznego miasta zapisano, że każdy szereg nowych budynków musi mieć następującą własność estetyczną: sąsiednie budynki mają różnić się co do wysokości najwięcej jak to jest możliwe.

Na przykład dla szeregu budynków, których planowane liczby pięter mają wynosić odpowiednio: 8, 4, 3, 2 i 1 układ przestrzenny może wyglądać tak:

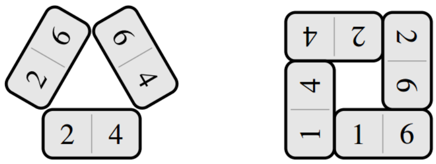
Pierwsze rozwiązanie (po lewej stronie) daje łączną sumę różnic wysokości 4 + 3 +1 + 1 = 9 pięter, a drugie (po prawej stroenie): 4 + 7 + 2 + 1 =14 pięter. Okazuje się jednak, że można znaleźć bardziej optymalny układ.

Jaka jest największa możliwa suma różnic wysokości dla szeregu budynków z poniższego rysunku?

(A) 28 (B) 29 (C) 30 (D) 31 (E) 32

10-11. Domino w pętli

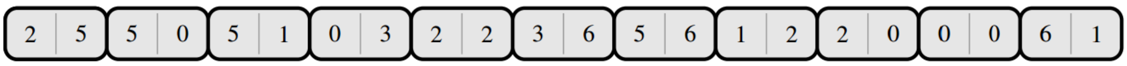
Grasz w grę, używając klocków domino. Celem gry jest ułożenie pętli, składających się z trzech lub większej liczby klocków w taki sposób, aby cyfry na stykających się końcach klocków były identyczne. Poniższy rysunek ukazuje dwie pętle: jedna składa się z trzech klocków, a druga – z czterech.



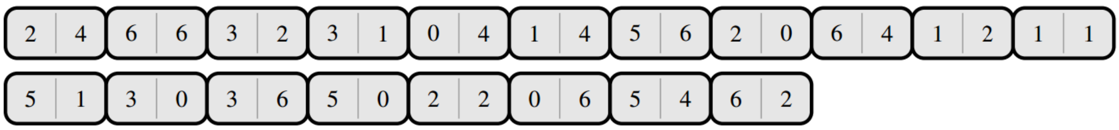
Każdy z graczy w kolejnych ruchach wyciąga losowo jeden klocek ze stosu. Gra kończy się wówczas, gdy ktoś z graczy w momencie, gdy jest jego kolej, potrafi ułożyć jedną pętlę z *wszystkich* wyciągniętych wcześniej klocków.
Dla przykładu: jeśli klockami domino, które trafiałyby do Ciebie byłyby kolejno: [1:4] [2:6] [2:4] [1:6] [3:0], to znaczy, że grę można było wygrać już po czterech ruchach – odpowiednia pętla jest pokazana na rysunku wyżej.

Dla każdego z poniższych układów, przedstawiających klocki ze stosu, które trafiałyby kolejno (liczymy od lewej do prawej i najpierw pierwszy wiersz) do Ciebie, określ liczbę ruchów (ciągnieć), po których możesz wygrać grę.

10.



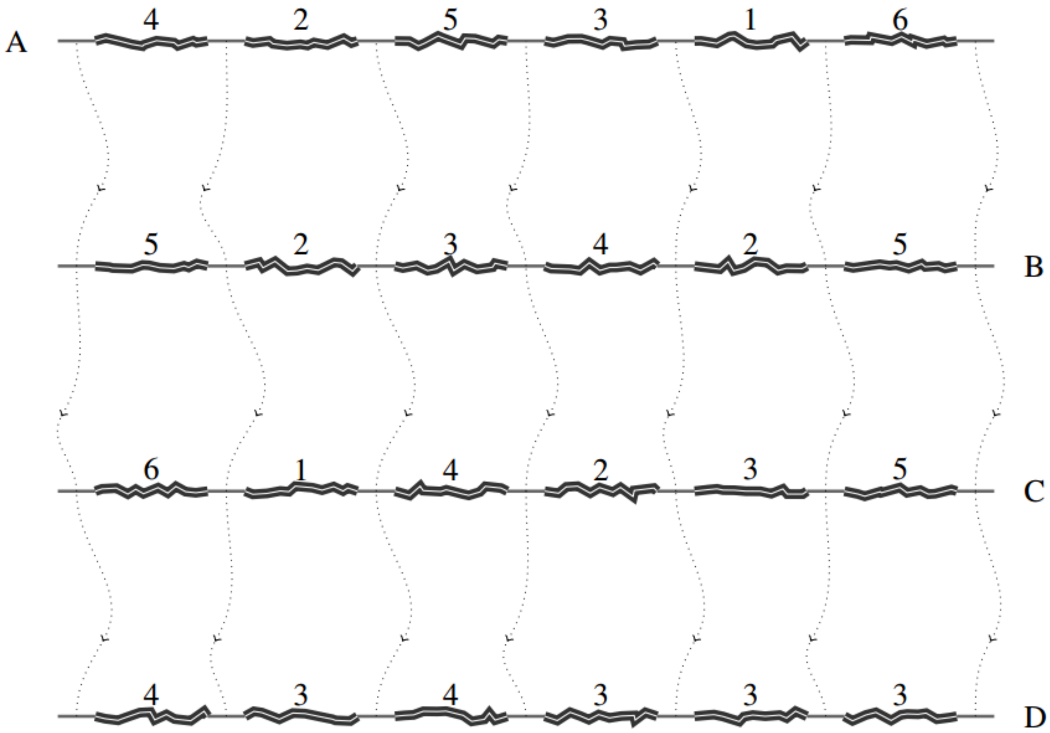
11.



12-14. Katarakty

Znajdujesz się w punkcie A i rozpoczynasz spływ kajakiem po jednej z rzek. Równolegle do niej są położone trzy inne rzeki. Każda płynie w kierunku wschodnim, jak to pokazuje poniższy rysunek.

Zaznaczono na nim podwójną pogrubioną linią niebezpieczne fragmenty – katarakty. Nad każdą z nich zapisane są liczby określające trudność jej pokonania (parametr katarakty). Na rysunku zaznaczone są też liniami wykropkowanymi ścieżki łączące sąsiadujące rzeki.



Twoje zadanie polega na określeniu maksymalnej sumy parametrów, dla trzech spływów kończących się odpowiednio w punktach B, C i D.

Uwaga: Założenie jest takie, że po przeniesieniu kajaka do sąsiedniej rzeki, nie możesz już wrócić do rzeki położonej bardziej na północ.

12. B

13. C

14. D

15-17. Robot-bibliotekarz
Szkoła otrzymała w prezencie robota, który ma służyć pomocą w bibliotece. Potrafi uporządkować książki stojące na półce. Obserwcja jego pracy pokazuje, że książki wybiera w sposób nieprzypadkowy, gdyż przenosi wybraną książkę zawsze na początek półki lub na jej koniec.

Przykłady: Jeśli książki $A\ B\ C$ stały na półce w kolejności $B\ A\ C$, to wystarczy, że robot przeniesie książkę A na początek. Jeśli książki stały w kolejności $C\ B\ A$, to robot przeniesie najpierw książkę A na początek, a później książkę C na koniec (lub najpierw C, a później A.).

Każdy z poniższych ciągów liter jest ilustracją innej półki z książkami. Określ, ile książek co najmniej robot musi przenieść w każdym przypadku, aby książki były uporządkowane alfabetycznie ($A\ B\ C \ldots$).

15. $F\ C\ A\ B\ D\ E$

16. $D\ E\ C\ A\ F\ B\ G\ H$

17. $D\ F\ A\ E\ C\ I\ G\ B\ J\ H$

Zadania pochodzą z zasobów konkursu Australian Informatics Competition.
Tłumaczenie: Paweł Perekietka.